

中心引力优化 CFO 算法研究

孟 超¹, 孙知信^{1,2}

(1. 南京航空航天大学计算机科学与技术学院, 江苏南京 210016;

2. 南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室, 江苏南京 210003)

摘 要: 中心引力优化算法(Central Force Optimization, CFO)是一种新型的基于天体动力学的多维搜索优化算法. 该算法是一种确定性的优化算法, 利用一组质子在万有引力作用下的运动, 搜索决定空间的最优值, 而这组质子按照两个来源于天体力学的迭代方程在空间移动. 本文利用天体力学理论对该算法中质子运动方程做了深入的研究, 并利用天体力学中万有引力定理对质子运动方程做了推导, 建立起天体力学与 CFO 算法之间的联系, 通过天体力学中数学分析的方法对该算法中质子收敛性能进行了分析, 最后通过严格的数学推导证明出无论初始时质子是何种分布, CFO 算法中所有的质子始终都会收敛于 CFO 空间的确定最优解. 本文结论为了进一步深入研究该算法提供了理论基础.

关键词: 质子; 中心引力优化; 确定性算法; 收敛性分析;

中图分类号: TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 04-0698-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.04.102

Research on Central Force Optimization Algorithm

MENG Chao¹, SUN Zhi-xin^{1,2}

(1. College of Computer Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China;

2. Key Laboratory of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Ministry of Education, Nanjing, Jiangsu 210003, China)

Abstract: Central Force Optimization (CFO) is a new deterministic multi-dimensional search metaheuristic algorithm based on the metaphor of gravitational kinematics. CFO is a deterministic algorithm that explores a decision space by “flying” a group of “probes” whose trajectories are governed by two simple equations derived from the gravitational metaphor. The paper makes a thorough research on the probes move governed by the equations of gravitational motion through the Celestial Mechanics, establishing the relationship between CFO algorithm and Celestial Mechanics and analyzing CFO convergence through mathematics analysis of Celestial Mechanics. Finally, Whatever initial probes distribute, all the probes converge the deterministic result. It provides a theoretical base for further researching.

Key words: probe; central force optimization; deterministic algorithm; analyse of convergence

1 引言

中心引力优化算法* (Central Force Optimization, CFO)算法是一种新型的启发式优化算法^[1], 该算法来源于天体力学中的万有引力动力学. 由于万有引力规则和物体的运动都是确定性的, 所以该算法是一种完全确定性的优化算法. 当前几乎所有的启发式优化算法都是

随机优化算法, 比如说 GSO 优化算法^[2], 粒子群的优化算法^[3,4]和蚁群算法^[5~7]. 与这些算法相比确定性的算法有许多的优势, 比如算法的每一次执行, 使用同样的开始数据可以得到同样的结果数据, 这就使该算法在运行期间可以使用反馈的方法实时的调整参数. CFO 算法通过一组质子**在决定空间的搜索, 找寻最优值. 这组质子按照两个很简单的来源于天体力学的迭代方程在

收稿日期: 2012-06-18; 修回日期: 2012-12-27

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60973140, No. 61170276); 江苏省高校自然科学研究重大项目 (No. 12KJA520003); 江苏省自然科学基金 (No. BK2009425)

* 此算法最近几年才出现还没有相关的中文论文, 笔者根据算法来源于天体的万有引力, 所以暂译为中心引力优化算法.

** 文献^[1]都是采用了 probe, 即探测器, 笔者根据天体力学的一些理论暂译为质子, 即有质量的粒子.

空间移动。

CFO 算法是由 R A Formato 2007 年最先提出的。目前的研究处于初级阶段,该算法在某些领域的应用已经取得了初步的成果。文献[1]最先提出了基本 CFO 算法,指出在天体物理学中,三维空间中的小的天体,往往都是在大质量天体的轨道周围聚集(trap)这和定位目标函数的最大值或是最优值相似,在此基础上作者提出了 CFO 算法,给出了迭代公式,指出了算法的确定性。因为算法的每一次迭代都是确定的,并且在迭代方程中没有任何的随机因子,最后将 CFO 算法应用于一些电磁学中的优化装载问题。文献[8]将基本 CFO 算法应用到神经网络训练中对数据进行分类,最后得出结论 CFO 算法是一种新的启发式搜索算法,性能优越。文献[9]利用 CFO 算法的全局收敛性,将该算法与 Nelder-Mead 算法相结合提出了一种混合型的算法,并将该算法用于共振频率检测,取得了较好的效果。文献[10]将 CFO 算法应用于受压管道的泄漏检测和摩擦因子校准的问题上,取得了一些研究成果。但是这些文献只注重对于算法的应用,而忽略了算法收敛性能的理论分析研究。

众所周知一种新的算法刚提出出来后,必须进行收敛性能的分析研究工作。只有对算法收敛性能的理论分析研究证明,才能使得算法有了可靠的应用基础,而对于这方面的工作,目前还没有。本文从天体力学的角度针对算法中的质子运动方程做了分析研究,利用天体力学中数学分析的方法对质子的运动方程进行了推导,建立起天体力学与 CFO 算法之间的联系,最后通过天体力学的数学分析的方法推导得出算法收敛的结论,完全从理论上证明了 CFO 算法中质子收敛性,为进一步深入研究该算法提供了理论基础。

2 基本 CFO 算法及其天体力学对算法推导

本节先介绍基本 CFO 算法^[1,11],然后从天体力学角度对 CFO 算法的公式作一推导,目的是建立起天体力学与 CFO 算法的联系,为以后的收敛性分析打下基础。

CFO 算法包含两个质子运动方程式(1)和(2),这两个方程决定了质子在一系列迭代中的运动轨迹。

$$\alpha_{j-1}^p = G \sum_{k=1, k \neq p}^{N_p} [U(M_{j-1}^k - M_{j-1}^p) \cdot (M_{j-1}^k - M_{j-1}^p)^\alpha \times \frac{(R_{j-1}^k - R_{j-1}^p)}{\|R_{j-1}^k - R_{j-1}^p\|^\beta}] \quad (1)$$

$$R_j^p = R_{j-1}^p + \alpha_{j-1}^p, j \geq 1 \quad (2)$$

$$\alpha_{j-1}^p, R_j^p = \sum_{k=1}^{N_d} x_k^{p,j} e_k$$

分别表示是质子 p 在第 j-1 迭代步的加速度和质子 p 在第 j 步的位置向量,其中 $x_k^{p,j}$ 是它在第 k 维的坐标, e_k 是沿 x_k 轴的单位向量。参数 $1 \leq p \leq N_p$ 和 $0 \leq j \leq N_i$ 分别表示了质子和迭代步。 N_p 和 N_i 代表总共的质子数目和总共的迭代步数。

$M_{j-1}^p = f(x_1^{p,j-1}, x_2^{p,j-1}, \dots, x_{N_d}^{p,j-1})$ 是质子 p 在当前位置的在迭代步 j-1 时的目标函数适应值,而其他的质子在每一步的迭代都有适应值。G 是 CFO 算法的重力常数。U 是一个单步函数:

$$U(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中 α 和 β 是常数分别是 1 和 3,为了简化计算 β 取值 1。

假设 CFO 空间是由一组两两正交的单位向量所张成一个 N_d 维空间, N_p 个质子 $P_i (i = 1, 2, \dots, N_p)$, m_i 为质子 P_i 的质量, $(x_1^i, x_2^i, \dots, x_{N_d}^i)$ 为质子 P_i 的 CFO 空间中的坐标,在 N_d 维空间中引力 F 是一个向量:

$$F = \{F_{x_1}, F_{x_2}, \dots, F_{x_{N_d}}\}$$

根据牛顿万有引力公式进一步可以得到任意两个质子 i 和 j 的引力式(3):

$$F = \left\{ G \frac{m_i m_j x_1^i - x_1^j}{r_{ij}^2}, G \frac{m_i m_j x_2^i - x_2^j}{r_{ij}^2}, \dots, G \frac{m_i m_j x_{N_d}^i - x_{N_d}^j}{r_{ij}^2} \right\} \quad (3)$$

牛顿第二运动定律 $F = m\alpha$, 加速度 α 是一个矢量,则对于任意一个质子 P_i 的加速度第 k 维分量式(4)。

$$a_k^i = \frac{G \frac{m_i m_j x_k^i - x_k^j}{r_{ij}^2}}{m_i} = G \frac{m_j x_k^i - x_k^j}{r_{ij}^2} \quad (4)$$

由于万有引力是普遍存在的,质子组中任意两个质子都存在万有引力,所以对于任一个质子受到除了本身以外其他质子的万有引力,于是加速度分量写成式(5)。

$$a_k^i = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_p} G \frac{m_j x_k^i - x_k^j}{r_{ij}^2} \quad (5)$$

观察到式(5)与式(1)相比 只有对于质量的处理不同,在式(1)中质子的质量为: $MASS_{CFO} = U(M_{j-1}^k - M_{j-1}^p) \cdot (M_{j-1}^k - M_{j-1}^p)^\alpha, \alpha = 1$,可以参见文献[1]。

U 为单步函数,根据 U 函数的定义,当质子 k 的所在位置的目标函数值大于质子 p 的时候,才有对 p 的引力存在,否则此引力为 0。设质子组中各个质子的目标函数在任意一个迭代步满足不等式:

$$f_1 \leq f_2 \leq f_3 \leq \dots \leq f_{N_p-1} \leq f_{N_p}$$

其中 f_i 是第 i 个质子的目标函数值。所以可将质子

运动方程写成如下的方程组形式:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_k^1 &= G \cdot m_2 \frac{x_k^2 - x_k^1}{r_{21}^3} + \cdots + G \cdot m_{N_p} \frac{x_k^{N_p} - x_k^1}{r_{N_p,1}^3} \\ \dots \\ \ddot{x}_k^{N_p-2} &= G \cdot m_{N_p-1} \frac{x_k^{N_p-1} - x_k^{N_p-2}}{r_{N_p-1, N_p-2}^3} + G \cdot m_{N_p} \frac{x_k^{N_p} - x_k^{N_p-2}}{r_{N_p, N_p-2}^3} \\ \ddot{x}_k^{N_p-1} &= G \cdot m_{N_p} \frac{x_k^{N_p} - x_k^{N_p-1}}{r_{N_p, N_p-1}^3} \\ \ddot{x}_k^{N_p} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 \ddot{x}_k^i 表示第 i 个质子, 第 k 维坐标对时间 t 的二阶导数. 即加速度. \dot{x}_k^i 表示对时间 t 的一阶导数, m_i 表示第 i 个质子的质量. 在下面的收敛分析过程中, 由于一次迭代过程中质子的目标函数值不发生变化, 所以总是假设质量为单位质量.

3 运动方程的深入分析及其 CFO 算法收敛性证明

本节通过一个基本定理深入分析质子运动方程, 并给出具体的算法收敛性证明.

定理 设 n 阶常微分方程组

$$\frac{dz_i}{dt} = Z_i(z) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (7)$$

右端函数 Z_i 为不显含自变量 t 的已知函数, 而且在域:

$$|z_i - \bar{z}_i| < a_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (8)$$

内解析, 其中 $\bar{z} = (\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n)$ 为某个确定点, a_i 为一组正实数. 若存在一组正实数 $A_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 使得在式(8)条件确定的域内有:

$$|Z_i(z)| < A_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (9)$$

则式(7)存在唯一的解, 在域

$$|t - \bar{t}| < T \quad (10)$$

内解析, 其中 \bar{t} 为给定的数, T 为 a_i/A_i 中的最小值, 而且对所有满足式(8)的 t 值, 相应的 $z_i(t)$ 也满足式(9), 并有

$$\lim_{t \rightarrow \bar{t}} z_i(t) = \bar{z}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (11)$$

定理中 $Z_i(z)$ 是复变函数. 而本文搜索空间是实空间, 所以必须要加上限制条件:

(1) 当 $t = 0$ 时, N_p 个质子中第 i 个, 第 k 维的坐标初值 $x_k^i(z_i)$ 的一部分) 是实的而且是有限的, 并且质子间相应的距离不等于 0. 而且是正的有限的实数.

(2) 当 $t = 0$ 时的初值 $\dot{x}_k^i(z_i)$ 的一部分) 应为有限的实数, 而且同坐标的初值一起, 使得组成的总动量矩分量^[12~14] $c = (c_1, c_2, \dots, c_{N_p})$ 以及总能量常数 K 都是实的有限数.

另外, x_k^i 和 \dot{x}_k^i 在 $t = 0$ 的某个邻域内都是自变量 t 的解析单值函数. 也就是说, 在此领域内, 质子间的距离都是都是大于 0 的实数.

质子坐标和速度的分量在 $t \rightarrow \bar{t}$ 时, 坐标和速度的极限值分别为 \bar{x}_k^i 和 $\dot{\bar{x}}_k^i$, 都为大于 0.

本文引入一个正数 ν , 把任意两个质子间的距离 \bar{r}_i 大于零的条件写为:

$$\bar{r}_i \geq 14\nu \quad (12)$$

其中因子 14 的引入完全是为了后面推导方便而取的.

在这样的条件下, 根据定理, 质子的坐标和速度 (即 z_i) 可以展开为 $t - \bar{t}$ 的幂级数, 并在区域 $|t - \bar{t}| < T$ 内绝对收敛.

为了找出定理中的 a_i 和 A_i (统一用 ν 来表示), 根据 CFO 搜索空间中的质子运动方程式(6)具体讨论. 式(6)可改写为:

$$\frac{dx_k^i}{dt} = \dot{x}_k^i, \quad \frac{d\dot{x}_k^i}{dt} = \frac{1}{m_i} \frac{\partial U}{\partial x_k^i} \quad (13)$$

$$\text{其中 } U = G \sum_{j=1, j \neq i}^{N_p} \frac{m_j}{r_{ji}}$$

为了求出这些右端函数在 \bar{t} 领域的上界 A_i , 先设:

$$|x_k^s - \bar{x}_k^s| < \nu_0, \quad |\dot{x}_k^s - \dot{\bar{x}}_k^s| < \nu_0' \quad (14)$$

其中 $s = 1, 2, \dots, N_p$, ν_0 和 ν_0' 也是两个正实数, 相当于定理中的 a_i , 但是大小可以统一用 ν 和质子组运动常数表示.

式(13)右端函数中, 主要是质子间相互距离的倒数. 若以其中 r_{ij} 为例, 则有:

$$\begin{aligned} r_{ij}^2 &= (x^i - x^j) \cdot (x^i - x^j) \\ &= [(\bar{x}^i - \bar{x}^j) + (x^i - \bar{x}^i) - (x^j - \bar{x}^j)] \\ &\quad \cdot [(\bar{x}^i - \bar{x}^j) + (x^i - \bar{x}^i) - (x^j - \bar{x}^j)] \\ &= (\bar{x}^i - \bar{x}^j) \cdot (\bar{x}^i - \bar{x}^j) + \dots \\ &= \bar{r}_{ij}^2 + P(x^i - \bar{x}^i, x^j - \bar{x}^j) \end{aligned} \quad (15)$$

这里的 P 表示所含引数的多项式, 系数为整数以及 $(\bar{x}^i - \bar{x}^j)$. $|P|$ 显然应小于其中每项都取绝对值后之和. 但若用条件式(14)以及 $|x^i - \bar{x}^i| \leq r_{ij}$, 应有 $|P| < 12\bar{r}_{ij}\nu_0 + 12\nu_0^2$. 因此, 若展开 $r_{ij}^{-1}, r_{ij}^{-3}, \dots$ 为 $|x^s - \bar{x}^s|$ 的幂级数 (x^s 表示任意质子坐标 $s = 1, 2, \dots, N_p$), 只要满足条件:

$$12\bar{r}_{ij}\nu_0 + 12\nu_0^2 < \bar{r}_{ij}^2 \quad (16)$$

即

$$\nu_0 < \frac{\bar{r}_{ij}}{6 + 4\sqrt{3}} = \frac{\bar{r}_{ij}}{12.9282\dots} \quad (17)$$

故取

$$\nu_0 = \frac{\bar{r}_{ij}}{14} \quad (18)$$

是符合要求的.

比较式(18)和式(12)可知,应有:

$$v_0 > v \quad (19)$$

根据式(15)可得:

$$\begin{aligned} r_{ij}^2 &> \bar{r}_{ij}^2 - |P| \\ &> \bar{r}_{ij}^2 - 12\bar{r}_{ij}v_0 - 12v_0^2 = \frac{4}{49}\bar{r}_{ij}^2 \end{aligned} \quad (20)$$

并有:

$$\begin{aligned} |x_k^i - x_k^j| &\leq |\bar{x}_k^i - \bar{x}_k^j| + |x_k^i - \bar{x}_k^i| + |x_k^j - \bar{x}_k^j| \\ &< \frac{8}{7}\bar{r}_{ij} \end{aligned} \quad (21)$$

则可得到:

$$\left| \frac{x_k^i - x_k^j}{r_{ij}^3} \right| < \frac{49}{r_{ij}^2} = \frac{1}{4v_0^2} < \frac{1}{4v^2} \quad (22)$$

统一用 v 来表示. 相应的条件式(14)可以改为:

$$|x_k^s - \bar{x}_k^s| < v \quad (23)$$

对于质子组中其余的质子有相同的结果,因此有:

$$\left| \frac{1}{m_i} \frac{\partial U}{\partial x_k^i} \right| < \frac{M}{4v^2} \quad (24)$$

其中 $M = \sum_{s=1}^{N_p} m_s$

这就是式(13)运动方程中后半方程的右端函数在 \bar{t} 邻域内的上界. 前半方程右端函数就是速度分量, 本文用能量积分来求出它们的上界^[15,16].

质子组中质子的运动可看成 N 体运动问题, 其能量积分可由运动方程得到. 将运动方程式(13)两端点乘 \dot{x}^i 并对 i 求和:

$$\sum_{i=1}^n m_i \dot{x}_k^i \cdot \ddot{x}_k^i = \sum_{i=1}^n \dot{x}_k^i \cdot \frac{\partial U}{\partial x_k^i}$$

其中右端 $\sum_{i=1}^n \dot{x}_k^i \cdot \frac{\partial U}{\partial x_k^i} = \frac{dU}{dt}$

两端积分可得质子组运动方程能量积分为: $\sum_{i=1}^{N_p} m_i \dot{x}^i \cdot \dot{x}^i$

$-2U = h$, 其中 h 为积分常数.

由此得速度分量的上界为:

$$\begin{aligned} |\dot{x}_k^i| &< \sqrt{\frac{M^2}{21mv} + \frac{M}{4}|K|} \quad \text{取} \\ v_0' &= \sqrt{\frac{M^2}{21mv} + \frac{M}{4}|K|} \end{aligned} \quad (25)$$

其中 K 为能量常数^[14~16], m 为质子的质量, 则式(14)中的速度分量应为:

$$|\dot{x}_k^i| < 2v_0' \quad (26)$$

这就是式(13)前半段方程右端函数的上界.

按照定理的结果, 时间收敛半径 T 是 a_i/A_i 中的最小者. 对于方程组式(15), a_i/A_i 只有两个:

$$\frac{4v^2v_0'}{M}, \frac{v}{2v_0'}$$

则:

$$\begin{aligned} \frac{4v^2v_0'}{M} - \frac{v}{2v_0'} &= \frac{v(8vv_0'^2 - M)}{2Mv_0'} \\ &= \frac{v}{2v_0'} \left(\frac{8M}{21m} + 2v|K| - 1 \right) \end{aligned}$$

其中利用了式(25). 上式右端括号内各项和应为正值, 而质子组中质子总个数大于 2, 表明后者较小, 因此对于式(13)这样的运动方程, 可得到下列的推论.

推论 1 当时间 t 趋于某有限值 \bar{t} 时, 质子坐标 x_k^i 趋于有限的极限 \bar{x}_k^i , 若在此极限值时的质子间的相互距离 \bar{r}_{ij} 满足式(12), 则质子坐标分量可以展开为 $t - \bar{t}$ 的幂级数, 并在式(27)范围内绝对收敛

$$|t - \bar{t}| < T = \frac{v}{2v_0'} = \frac{v}{\sqrt{\frac{4M^2}{21mv} + M|K|}} \quad (27)$$

式(12)保证了运动方程在式(27)所确定的范围内为 t 的解析函数. 而式(23)也保证了相互距离 r_{ij} 可以展开为 $t - \bar{t}$ 的幂级数, 仍在式(27)的范围内绝对收敛. 根据式(6)所给出的质子运动方程, 得到下列推论 2.

推论 2 根据推论 1 结合质子运动方程, 质子间的距离必在有限的时间内趋于 0, 质子组必定收敛于一个确定的最优解.

反证法: 假设不趋于 0, 则根据质子运动方程必定在质子组中存在着这样的两个质子 i 和 j , 且 $f_i \neq f_j$, 于是存在质子 i 对质子 j 的引力 或是质子 j 对质子 i 的引力, 使得质子 j 向着质子 i 的方向移动或是相反. 由于质子的距离不趋于 0, 所以这样的过程永远进行下去, 与推论 1 矛盾, 在有限的时间必定收敛到一个确定值. 再根据质子的运动方程, 算法必收敛到最优值.

4 CFO 算法的局部收敛性

任何启发式优化算法都有局部收敛的问题, CFO 算法也不列外, 下面以 Schwefel 函数为例说明 CFO 算法的局部收敛的问题. 函数定义为:

$$\begin{aligned} f &= \sum_{i=1}^{N_d} [x_i \sin(\sqrt{|x_i|})], \quad -500 \leq x_i \leq 500, \\ N_d &= 30, f_{\max}(x) = 12569.5 \end{aligned}$$

衡量质子是否收敛到最优解的参数是质子与最优质子间的平均距离:

$$D_{\text{avg}} = \frac{1}{L \cdot (N_p - 1)} \sum_{p=1}^{N_p} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_d} [x_i^{p,j} - x_i^{p*} \cdot j]^2} \quad (28)$$

其中

$$L = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_d} (x_i^{\max} - x_i^{\min})^2}$$

L 是搜索空间主对角线的长度, $x_i^{p,j}$ 表示质子 p 在第 j 次迭代中第 i 维的坐标值, p^* 表示 j 次迭代中最优质子. $x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}$, $i = 1, \dots, N_d$ 是每一维坐标的最大值与最小值. 在 CFO 算法中平均距离 D_{avg} 随迭代次数变化的曲线如图 1 所示, 其中 CFO 的质子数为 240.

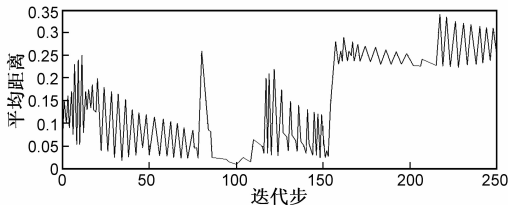


图1 Schwefel函数迭代过程中质子间的平均距离曲线

平均距离有波动性, 总是不断的上下振动. 平均距离不断的上下波动性说明了 CFO 算法迭代中质子陷入局部最优的“陷阱”, 然后在万有引力的作用下又不断的从局部最优中被“拉出”, 对其他的一些基准函数的实验同样可以得到类似的结论.

目前还没有理论的基础来解释 D_{avg} 这一现象, 然而 D_{avg} 的曲线和天体力学中的 ΔV 曲线很相似^[17, 18], 这并不是偶然的 CFO 算法正是通过天体力学的数学分析理论推导得出, 所以两者间自然会有惊人的相似. 这也从另一个侧面说明了, 天体力学中的理论通过适当的修改延伸, 可以应用在 CFO 算法中, 并可以解决算法收敛中的问题.

5 结论

文献[1]最早提出了 CFO 迭代算法, 但是到目前针对 CFO 算法收敛性能的理论分析证明, 目前还没有出现. 本文正是利用天体力学数学分析方法, 对 CFO 中质子运动规律做了分析, 并从理论上严格证明了 CFO 算法无论初始的质子如何的分布, CFO 算法都收敛到最优解. 最后实验的结果说明 CFO 算法中质子具有局部收敛性, 同时质子平均距离曲线和天体力学中 ΔV 曲线的相似性, 揭示了两者间的联系, 也进一步说明了采用天体力学的分析方法是可解决 CFO 算法中遇到的问题, 并为了下一步更深入的研究提供了可靠的方法.

参考文献

[1] R A Formato. Central force optimization: A new metaheuristic with applications in applied electromagnetics [J]. Progress in Electromagnetics Research PIER, 2007, 77: 425 – 449.

[2] S He, et al. Group search optimizer: An optimization algorithm inspired by animal searching behavior [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 973 – 990.

[3] 吴晓军, 等. 均匀搜索粒子群算法 [J]. 电子学报, 2011, 39(6): 695 – 702.

WU Xiao-jun, et al. A uniform searching particle swarm optimization algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 695 – 702. (in Chinese)

[4] Jing Cai, W David Pan. On fast and accurate block – based motion estimation algorithms using particle swarm optimization [J]. Information Sciences, 2012, 197(15): 53 – 64.

[5] R F Tavares, et al. An ant colony optimization approach to a permutational flowshop scheduling problem with outsourcing allowed [J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(9): 1286 – 1293.

[6] 苏兆品, 蒋建国, 梁昌勇, 张国富. 蚁群算法的几乎处处收敛性分析 [J]. 电子学报, 2009, 37(8): 1646 – 1650.

SU Zhao-pin, JIANG Jian-guo, LIANG Chang-yong, ZHANG Guo-fu. An almost everywhere strong convergence proof for a class of ant colony algorithms [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(8): 1646 – 1650. (in Chinese)

[7] 雷秀娟, 等. 基于连接强度的 PPI 网络蚁群优化聚类算法 [J]. 电子学报. 2012, 40(4): 695 – 702.

LEI Xiu-juan, et al. Joint strength based ant colony optimization clustering algorithm for PPI networks [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(4): 695 – 702. (in Chinese)

[8] Green II, et al. Training neural networks using central force optimization and particle swarm optimization: insights and comparisons [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(1): 555 – 563.

[9] K R Mahmoud. Central force optimization; Nelder-Mead hybrid algorithm for rectangular microstrip antenna design [J]. Electromagnetics, 2011, 31(8): 8866 – 8872.

[10] Ali Haghghi, Helena, et al. Detection of leakage freshwater and friction factor calibration in drinking networks using central force optimization [J]. Water Resource Manage, 2012, 26(8): 2347 – 2363.

[11] R A Formato. Improved CFO algorithm for antenna optimization [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2010, 19: 405 – 425.

[12] V G Szebehely. Theory of orbits-The restricted problem of three bodies [J]. Academic Press, New York, 1969, 13(2).

[13] E L Stiefel, G Scheifele. Linear and Regular Celestial Mechanics [M]. Springer-Verlang, Berlin, 1971.

[14] Siegel C J, Moser J K. Lectures on Celestial Mechanics [M]. Springer-Verlang, Berlin, 1972.

[15] 李林森. 引力常数随时间变化对双星轨道演变的长期效应 [J]. 天文学报. 2011, 52(3): 242 – 250.

LI Lin-sen. Secular effect of evolution of the orbits of binaries induced by the variation of gravitational constant with time [J]. Acta Astronomica Sinica, 2011, 52(3): 242 – 250. (in Chinese)

[16] 汤靖师, 刘林. 近地卫星运动的坐标系附加摄动在拟平均根数法中的处理 [J]. 天文学报, 2010, 51(1): 75 – 84.

TANG Jing-shi, et al. The application of Quasi-Mean-Element-Method to LEO under additional perturbation due to change of coordinate system [J]. Acta Astronomica Sinica, 2010, 51(1): 75 – 84. (in Chinese)

- [17] Valsecchi, G B, et al. Resonant returns to close approaches: analytical theory [J]. Astronomy & Astrophysics, 2003, 408 (3): 1179 – 1196.
- [18] Schweickart R, et al. Threat characterization: trajectory dynamics (White Paper 039) [DB/OL]. <http://arxiv.org/abs/physics/0608155>, 2006.

作者简介



孟 超 男, 1977 年生于江苏镇江. 南京航空航天大学计算机科学与技术学院博士研究生. 研究方向为智能计算、云计算.

孙知信(通信作者) 男, 1964 生于安徽宣城, 教授、博士生导师, 江苏省云计算专家委员会委员. 主要研究领域为网络安全.

E-mail: sunzx@njupt.edu.cn